casa do concurseiro
sinta-se em casa para estudar conosco

Matemática

Princípio da Contagem

Professor Dudan

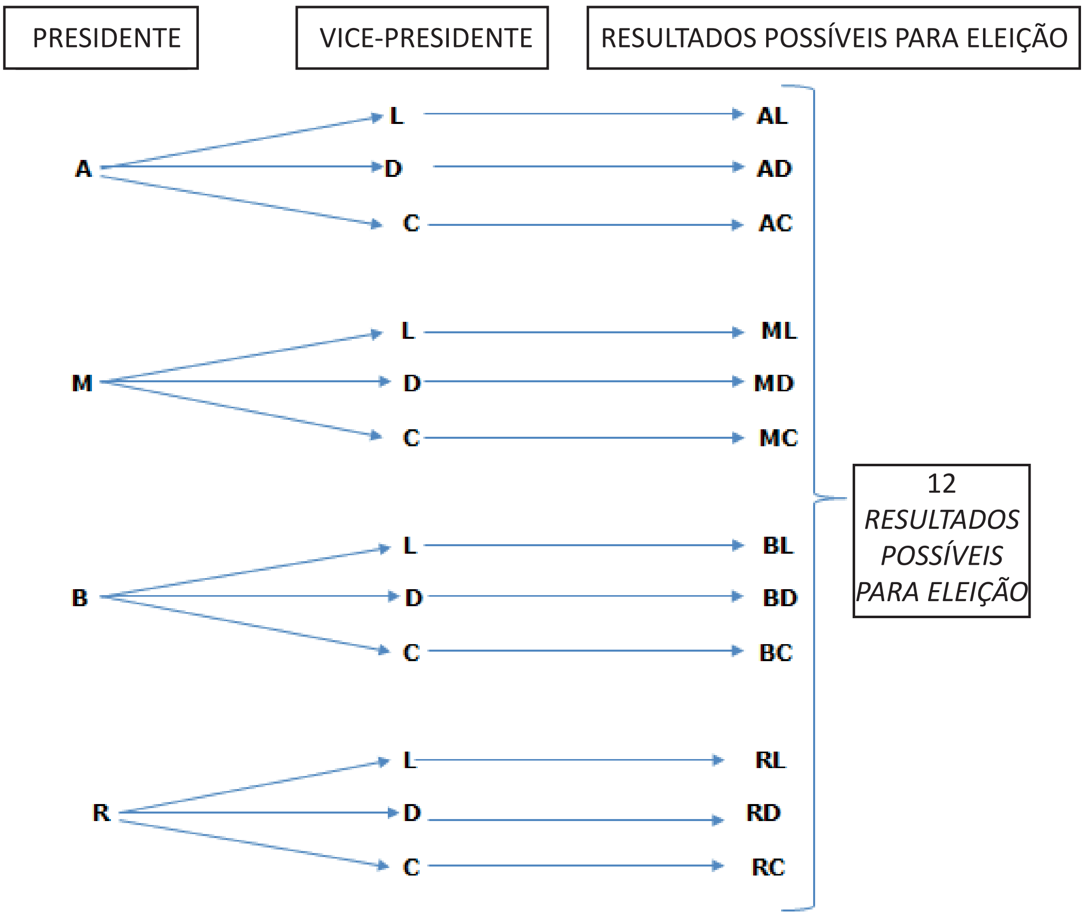
PRINCÍPIO DA CONTAGEM

Os primeiros passos da humanidade na Matemática estavam ligados à necessidade de contagem de objetos de um conjunto, enumerando seus elementos. Mas as situações foram se tornando mais complexas, ficando cada vez mais difícil fazer contagens a partir da enumeração dos elementos.

A análise combinatória possibilita a resolução de problemas de contagem, importante no estudo das probabilidades e estatísticas.

Problema: Para eleição de uma comissão de ética, há quatro candidatos a presidente (**A**dolfo, **M**árcio, **B**ernardo e **R**oberta) e três a vice-presidente (**L**uana, **D**iogo e **C**arlos).

Quais são os possíveis resultados para essa eleição?



O esquema que foi montado recebe o nome de árvore das possibilidades, mas também podemos fazer uso de tabela de dupla entrada:

	VICE-PRESIDENTE		
↓ PRESIDENTE	L	D	C
A	AL	AD	AC
M	ML	MD	MC
B	BL	BD	BC
R	RL	RD	RC

Novamente, podemos verificar que são as 12 possibilidades de resultado para eleição.

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

Você sabe como determinar o número de possibilidades de ocorrência de um evento, sem necessidade de descrever todas as possibilidades?

Vamos considerar a seguinte situação:

Edgar tem 2 calças (**p**reta e **a**zul) e 4 camisetas (**m**arrom, **v**erde, **r**osa e **b**ranca).

Quantas são as maneiras diferentes que ele poderá se vestir usando uma calça e uma camiseta?

Construindo a árvore de possibilidades:

CALÇAS	CAMISETAS	MANEIRAS DE EDGAR SE VESTIR

Edgar tem duas possibilidades de escolher uma calça. Para cada uma delas, são quatro as possibilidades de escolher uma camiseta. Logo, o número de maneiras diferentes de Edgar se vestir é **2.4 = 8**.

Como o número de resultados foi obtido por meio de uma multiplicação, dizemos que foi aplicado o *PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO*.

LOGO: Se um acontecimento ocorrer por várias etapas sucessivas e independentes, de tal modo que:

- p_1 é o número de possibilidades da 1ª etapa;
- p_2 é o número de possibilidades da 2ª etapa;

.
.
.

- p_k é o número de possibilidades da k-ésima etapa;

Então o produto $p_1 . p_2 ... p_k$ é o número total de possibilidades de o acontecimento ocorrer.

- ***De maneira mais simples poderíamos dizer que:*** *Se um evento é determinado por duas escolhas ordenadas e há "n" opções para primeira escolha e "m" opções para segunda, o número total de maneiras de o evento ocorrer é igual a* n.m.

De acordo com o princípio fundamental da contagem, se um evento é composto por duas ou mais etapas sucessivas e independentes, o número de combinações será determinado pelo produto entre as possibilidades de cada conjunto.

$$\text{EVENTO} = \underline{\text{etapa}_1} \text{ x } \underline{\text{etapa}_2} \text{ x } \underline{\text{etapa}_3} \text{ x ... } \underline{\text{etapa}_n}$$

Exemplo:

Vamos supor que uma fábrica produza motos de tamanhos grande, médio e pequeno, com motores de 125 ou 250 cilindradas de potência. O cliente ainda pode escolher as seguintes cores: preto, vermelha e prata. Quais são as possibilidades de venda que a empresa pode oferecer?

Tipos de venda: 3 . 2 . 3 = 18 possibilidades

<table>
<tr><th>Tamanho</th><th>Motor</th><th>Cor</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Grande</td><td>125</td><td rowspan="2">Preta
Vermelha
Prata</td></tr>
<tr><td>250</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Média</td><td>125</td><td rowspan="2">Preta
Vermelha
Prata</td></tr>
<tr><td>250</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Pequena</td><td>125</td><td rowspan="2">Preta
Vermelha
Prata</td></tr>
<tr><td>150</td></tr>
</table>

Listando as possibilidades, tem-se:

Grande – 125 cc – preta	Média – 125 cc – preta	Pequena – 125 cc – preta
Grande – 125 cc – vermelha	Média – 125 cc – vermelha	Pequena – 125 cc – vermelha
Grande – 125 cc – prata	Média – 125 cc – prata	Pequena – 125 cc – prata
Grande – 250 cc – preta	Média – 250 cc – preta	Pequena – 250 cc – preta
Grande – 250 cc – vermelha	Média – 250 cc – vermelha	Pequena – 250 cc – vermelha
Grande – 250 cc – prata	Média – 250 cc – prata	Pequena – 250 cc – prata

Problema:

Os números dos telefones da cidade de Porto Alegre têm oito dígitos. Determine a quantidade máxima de números telefônicos, sabendo que os números não devem começar com zero.

Resolução:

9 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 = 90.000.000

Problema:

Utilizando os números 1,2,3,4 e 5, qual é o total de números de cinco algarismos distintos que consigo formar?

Resolução: 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120

1. Quantos e quais números de três algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 8 e 9?

2. Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer o pedido?

a) 120.
b) 144.
c) 14.
d) 60.
e) 12.

3. Uma pessoa está dentro de uma sala onde há sete portas (nenhuma trancada). Calcule de quantas maneiras distintas essa pessoa pode sair da sala e retornar sem utilizar a mesma porta.

a) 7^7.
b) 49.
c) 42.
d) 14.
e) 8.

4. Para colocar preço em seus produtos, uma empresa desenvolveu um sistema simplificado de código de barras formado por cinco linhas separadas por espaços. Podem ser usadas linhas de três larguras possíveis e espaços de duas larguras possíveis.

O número total de preços que podem ser representados por esse código é:

a) 1.440.
b) 2.880.
c) 3.125.
d) 3.888.
e) 4.320.

5. Uma melodia é uma sequência de notas musicais. Para compor um trecho de três notas musicais sem as repetir, um músico pode utilizar as sete notas que existem na escala musical. O número de melodias diferentes possíveis de serem escritas é:

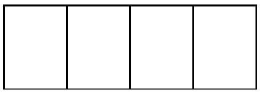
a) 3.
b) 21.
c) 35.
d) 210.
e) 5.040.

6. Quantos números inteiros positivos, com 3 algarismos significativos distintos, são múltiplos de 5?

a) 128.
b) 136.
c) 144.
d) 162.
e) 648.

7. A figura abaixo pode ser colorida de diferentes maneiras, usando-se pelo menos duas de quatro cores disponíveis.

Sabendo-se que duas faixas consecutivas **não** podem ter cores iguais, o número de modos de colorir a figura é:



a) 12.
b) 24.
c) 48.
d) 72.
e) 108.

8. O número de frações diferentes entre si e diferentes de 1 que podem ser formados com os números 3, 5, 7, 11, 13, 19 e 23 é

a) 35.
b) 42.
c) 49.
d) 60.
e) 120.

9. Lucia está se preparando para uma festa e separou 5 blusas de cores diferentes (amarelo, preto, rosa , vermelho e azul), 2 saias (preta, branca) e dois pares de sapatos (preto e rosa). Se nem o sapato nem a blusa podem repetir a cor da saia, de quantas maneiras Lucia poderá se arrumar para ir a festa?

a) 26.
b) 320.
c) 14.
d) 30.
e) 15.

10. Sidnei marcou o telefone de uma garota em um pedaço de papel a fim de marcar um posterior encontro. No dia seguinte, sem perceber o pedaço de papel no bolso da camisa que Sidnei usara, sua mãe colocou-a na máquina de lavar roupas, destruindo assim parte do pedaço de papel e, consequentemente, parte do número marcado. Então, para sua sorte, Sidnei se lembrou de alguns detalhes de tal número:

- o prefixo era 2.204, já que moravam no mesmo bairro;
- os quatro últimos dígitos eram dois a dois distintos entre si e formavam um número par que começava por 67.

Nessas condições, a maior quantidade possível de números de telefone que satisfazem as condições que Sidnei lembrava é:

a) 24.
b) 28.
c) 32.
d) 35.
e) 36.

Gabarito: **1.** 6 **2.** A **3.** C **4.** D **5.** D **6.** B **7.** E **8.** B **9.** C **10.** B