
Matemática

Permutação Circular

Professor Dudan

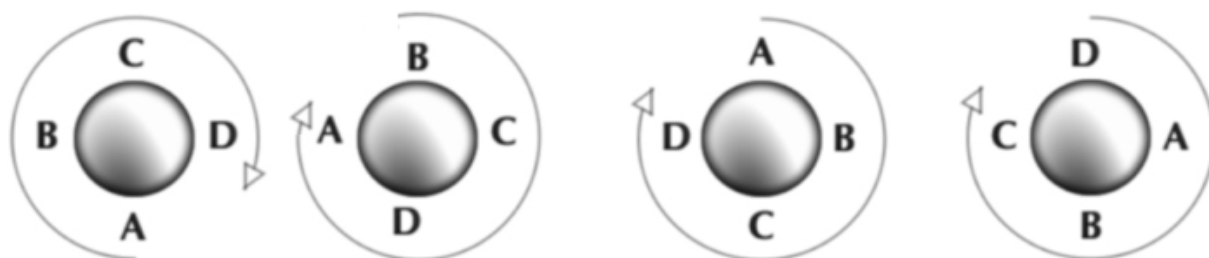


PERMUTAÇÃO CIRCULAR

Definição

Permutação circular é uma permuta, troca, alternância que ocorre ao redor de uma mesa, em um círculo de pessoas, em uma roda de luau ou qualquer outro evento que esteja em círculo!

Por que? Porque numa mesa ou numa roda onde temos as “pessoas” A, B, C, D, há a possibilidade de permutá-las, porém algumas permutações não fazem diferença nenhuma!



Apesar das posições diferentes de sentarem essas disposições da mesa estão iguais e esses eventos não podem ser contados!

Sendo assim, na matemática, permutação circular é um tipo de permutação composta por um ou mais conjuntos em ordem cíclica. Ocorre quando temos grupos com m elementos distintos formando uma circunferência.

É definida pela fórmula:

$$Pc(m) = (m - 1)!$$

Devemos tomar como referência um dos elementos e permutar os demais, por isso temos $(m - 1)!$

Exemplo Resolvido 1: Seja um conjunto com 4 pessoas. De quantos modos distintos estas pessoas poderão sentar-se junto a uma mesa circular para realizar o jantar sem que haja repetição das posições?

$$P(4) = (4-1)! = 3! = 6$$

Exemplo Resolvido 2: Seja um conjunto com 10 cientistas. De quantos modos distintos estes cientistas podem sentar-se junto a uma mesa circular para realizar uma experiência sem que haja repetição das posições?

$$P(10) = (10 - 1)! = 9! = 362880$$

Exemplo Resolvido 3: Se 5 crianças desejam brincar de roda. De quantos modos distintos estas crianças podem formar a roda sem que haja repetição?

$$P(5) = (5 - 1)! = 4! = 24$$

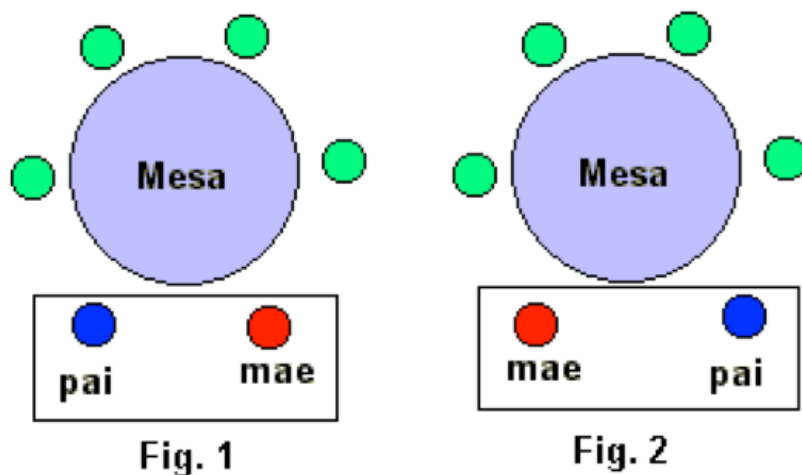
Exemplo Resolvido 4 : Pedro e Júlia são 2 crianças de um total de 8 que, de mãos dadas, brincam de roda. De quantas maneiras elas podem brincar ficando Ana e Pedro sempre lado a lado?

Devemos considerar Pedro e Júlia como uma única pessoa. Temos, portanto, 7 crianças que podem brincar de $(7 - 1)! = 6!$ maneiras diferentes. Como Ana e Júlia podem estar lado a lado de duas maneiras diferentes (Pedro-Júlia, Júlia-Pedro), devemos multiplicar este número por 2. Assim, a resposta é:

$$2P_7 = 2 \cdot (7 - 1)! = 2 \cdot 6! = 2 \cdot 720 = 1440.$$

Exemplo Resolvido 5: Uma família é composta por seis pessoas: o pai, a mãe e quatro filhos. Num restaurante, essa família vai ocupar uma mesa redonda. Em quantas disposições diferentes essas pessoas podem se sentar em torno da mesa de modo que o pai e a mãe fiquem juntos?

Sabendo que pai e mãe devem ficar juntos, vamos amarrar os dois e tratá-los como se fossem um único elemento. Veja a figura abaixo:



Ao tratar o pai e mãe como um único elemento, passamos a ter somente 5 elementos. Portanto, utilizando a *permutação circular* de 5 elementos, calculamos o número de possibilidades desta família sentar-se ao redor da mesa com pai e mãe juntos sendo que o pai está à esquerda da mãe.

Permutação circular (P_c) de 5 elementos calcula-se:

$$P_c 5 = (5-1)! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Portanto, para o pai a esquerda da mãe, temos 24 posições diferentes. Mas o pai pode estar a direita da mãe, como na figura 2, e então teremos mais 24 posições diferentes para contar (novamente $P_c 5$).

Portanto, o número total de disposições é 48.

